



Ministero della Pubblica Istruzione  
I.I.S. Mario Rigoni Stern  
Via Borgo Palazzo 128-24125 Bergamo  
☎ 035 220213 - 📠 035 220410

Sito: <http://www.iisrigonistern.it> - email: BGIS03100L@istruzione.it

## **PROGRAMMA SVOLTO – ALL. 03/P03**

**DOCENTE** BONETTI MATTEO

**DISCIPLINA** MATEMATICA E COMPLEMENTI DI MATEMATICA

**CLASSE** 4<sup>AC</sup>

**ANNO SCOLASTICO** 2019/20

### **PROGRAMMA ED ARGOMENTI TRATTATI**

#### **SPAZI METRICI E LIMITI DI FUNZIONI**

Intorno di un punto.

Caratterizzazione degli intervalli in  $\mathbb{R}$  con metrica euclidea: intorno di un punto, intorno di  $\infty$ , intornoi destri e sinistri, intervalli aperti, chiusi, limitati, compatti.

Definizione di funzione.

Dominio; insieme immagine.

Funzioni iniettive, suriettive, biunivoche.

Funzioni reali di variabile reale: dominio e procedimento per determinarlo; insieme immagine; grafico; lettura di dominio, insieme immagine, iniettività a partire dal grafico di una funzione.

Funzioni pari, dispari.

Grafico delle funzioni elementari.

Definizione di limite per una funzione con relativi esempi grafici.

Definizione di asintoto; asintoti verticali, orizzontali e obliqui di una funzione.

Teorema di unicità del limite.

Operazioni con i limiti.

Forme di indecisione.

Confronto degli infiniti  $y = x^x$ ,  $y = e^{\alpha x}$ ,  $y = x^\beta$ ,  $y = (\log_a x)^\gamma$  per  $x \rightarrow +\infty$  con  $\alpha, \beta, \gamma > 0$  con relativa applicazione per il calcolo dei seguenti limiti:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (xe^x) = 0^-, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (x \ln x) = 0^-, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} (x^n \ln x) = 0^- \text{ con } n \in \mathbb{N} \text{ e } n \geq 1$$

Definizione del numero di Nepero  $e$  come limite della successione  $\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$  per  $n \rightarrow +\infty$ .

Limiti notevoli e relative applicazioni:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}} = e, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{x} = 1$$



Ministero della Pubblica Istruzione  
I.I.S. Mario Rigoni Stern  
Via Borgo Palazzo 128-24125 Bergamo  
☎ 035 220213 - ☎ 035 220410

Sito: <http://www.iisrigonistern.it> - email: BGIS03100L@istruzione.it

## PROGRAMMA SVOLTO – ALL. 03/P03

Estensione dei limiti notevoli per funzioni infinitesime:

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{\sin f(x)}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{1 - \cos f(x)}{f^2(x)} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} (1 + f(x))^{\frac{1}{f(x)}} = e$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{e^{f(x)} - 1}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{\ln(f(x) + 1)}{f(x)} = 1$$

$$\lim_{f(x) \rightarrow 0} \frac{a^{f(x)} - 1}{f(x)} = \ln a$$

## CONTINUITÀ

Definizione di funzione continua in un punto e in un insieme.

Natura dei punti di discontinuità: I, II e III specie.

Continuità di: funzione costante, funzione identica, somma di funzioni continue, prodotto di funzioni continue, quoziente di funzioni continue con denominatore diverso da zero, funzioni polinomiali, funzioni goniometriche, funzione esponenziale e logaritmica, funzioni irrazionali, funzione valore assoluto di una funzione continua, funzione composta di continue, funzione inversa di continua.

Teorema di esistenza degli zeri con relative osservazioni nel caso vengano meno le ipotesi. Applicazione: metodo di bisezione per l'approssimazione dello zero; risoluzione di equazioni mediante confronto grafico.

Massimi e minimi relativi e assoluti.

## CALCOLO DIFFERENZIALE

Rapporto incrementale di una funzione centrato in un punto  $x_0$  e suo significato geometrico.

Derivabilità di una funzione in un punto e in un insieme.

Significato geometrico della derivata in un punto.

Natura dei punti di non derivabilità: punti angolosi, punti di flesso a tangente verticale, cuspidi.

Relazione tra continuità e derivabilità: la continuità come condizione necessaria ma non sufficiente per la derivabilità con relativi esempi.

Calcolo delle derivate mediante limite del rapporto incrementale per le seguenti funzioni elementari: funzione costante, funzione identica, funzione esponenziale, funzione logaritmica, radice quadrata. Calcolo della derivata di una funzione qualsiasi mediante definizione come limite del rapporto incrementale.

Equazione della retta tangente a una funzione in un punto.

Regole di derivazione: derivata della somma di funzioni, derivata del prodotto di funzioni, derivata del prodotto di una funzione per una costante, derivata del quoziente di funzioni, derivata della funzione composta.



Ministero della Pubblica Istruzione  
I.I.S. Mario Rigoni Stern  
Via Borgo Palazzo 128-24125 Bergamo  
☎ 035 220213 - 📠 035 220410

Sito: <http://www.iisrignonistern.it> - email: BGIS03100L@istruzione.it

## **PROGRAMMA SVOLTO – ALL. 03/P03**

Punti stazionari; teorema di Fermat e suo significato geometrico; non invertibilità del teorema di Fermat; utilizzo del teorema per la ricerca di massimi e minimi relativi.

Funzione concava o convessa in un punto o in un insieme; punto di flesso.

Uso della derivata prima: funzioni monotone crescenti o decrescenti.

Uso della derivata seconda: flessi e concavità.

### **STUDIO DI FUNZIONE**

Dominio. Parità o disparità. Limiti agli estremi del dominio. Asintoti: definizione; ricerca degli asintoti verticali, orizzontali, obliqui. Analisi dei punti di discontinuità. Eventuale intersezione con l'asse delle ordinate. Zeri. Segno. Massimi e minimi relativi e assoluti, punti di flesso a tangente orizzontale, crescere e decrescere, natura dei punti di non derivabilità. Flessi e concavità. Grafico.

#### **Testi utilizzati:**

**M. Bergamini – A. Trifone – G. Barozzi: Matematica.verde 2ED Confezione 4 con tutor (LDM) vol 4A + vol 4B – Zanichelli**

#### **Appunti del docente**

Bergamo, 30/05/2020